การประชุมวิชาการทางวิศวกรรมไฟฟ้า ครั้งที่ 48
The 48th Electrical Engineering Conference (EECON-48)
วันที่ 19-21 พฤศจิกายน 2568 ณ โรงแรมฟูราม่า จังหวัดเชียงใหม่

ระบบเคออสเจ็ดวงม้วนรูปแบบใหม่ด้วยสองฟังก์ชันสามเหลี่ยมและการประยุกต์ใช้สเปกตรัมลำดับการแพร่กระจายโดยตรง

New 7-scroll chaotic system with two triangle functions and Direct Sequence Spread Spectrum (DS/SS) Application

พชรพล อภิวรรณ์[1] และ คุณานนต์ คะระวานิช[1*]

[1]ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์และเทคโนโลยีอุตสาหกรรม มหาวิทยาลัยศิลปากร karawanich_k@su.ac.th*

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้นำเสนอระบบเคออสด้วยโครงสร้างอนุพันธ์ลำดับสามแบบใหม่ และฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นสามเหลี่ยม 2 ตำแหน่งภายในโครงสร้างระบบสามารถกำเนิดที่มีความซับซ้อนสูงด้วยลักษณะตัวดึงดูดเจ็ดวงม้วน โดยระบบที่ออกแบบมีการวิเคราะห์เชิงทฤษฎีด้วยเลขชี้กำลัง Lyapunov เพื่อพิสูจน์ความซับซ้อนด้วยค่า D_{KY} มีการใช้เครื่องมือ Poincaré Section สำหรับการตรวจสอบจำนวนวงม้วนของระบบ มีการใช้แผนภาพ Bifurcation ในการตรวจสอบพารามิเตอร์เพื่อสังเกตุพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงไปของระบบ สุดท้ายมีการนำระบบเคออสที่ออกแบบไปประยุกต์กับการสื่อสารที่ปลอดภัยด้วยข้อความ (Text) โดยใช้เทคนิคสเปกตรัมลำดับการแพร่กระจายโดยตรง (DS/SS) บนเครื่องมือ SIMULINK โปรแกรม MATLAB โดยแสดงการเข้ารหัสมากกว่าหนึ่งผู้ใช้งาน พร้อมแสดงผลทั้งกรณีชิงโครไนซ์ถูกต้องและชิงโครไนซ์ผิดพลาด ผลลัพธ์พบว่าเทคนิคในการเข้ารหัสเป็นไปตามทฤษฎี และมีความปลอดภัยสูงจากสัญญาณเคออสตัวดึงดูดเจ็ดวงม้วนที่ออกแบบ

คำสำคัญ: สัญญาณเคออส, ฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นสามเหลี่ยม, ตัวดึงดูดเจ็ดวงม้วน, การสื่อสารที่ปลอดภัย, สเปกตรัมลำดับการแพร่กระจายโดยตรง

Abstract

This research presents a chaotic system based on a new third-order differential structure with two triangular nonlinear functions. The system generates highly complex behavior characterized by a seven-scroll attractor. The designed system is theoretically analyzed using Lyapunov exponents to confirm its complexity through the Kaplan–Yorke dimension (D_{KY}). The Poincaré section tool is employed to investigate the number of scrolls in the attractor, and the bifurcation diagram is used to examine parameter variations and their effects on the system's dynamic behavior. Finally, the designed chaotic system is applied to secure communication using text messages, employing the Direct Sequence Spread Spectrum (DS/SS) technique in SIMULINK (MATLAB). The implementation demonstrates multi-user text encryption, The results have shown in both correct-synchronized and mismatch-synchronized scenarios. The results confirm that the encryption technique conforms to theoretical expectations and offers a high level of security due to the designed seven-scroll chaotic attractor.

Keywords: Chaotic signal, Nonlinear Triangular function, Seven-scroll attractors, Secure communication, DS/SS.

1.บทนำ

ระบบเคออส (Chaotic System) เป็นระบบที่อยู่ในสาขาพลวัตไม่เป็นเชิงเส้น ที่มีคุณสมบัติเฉพาะสำหรับพฤติกรรมที่ซับซ้อนและคาดเดาได้ยาก ทำให้สามารถประยุกต์ใช้ได้หลากหลายสาขาวิชา เช่น คณิตศาสตร์ ฟิสิกส์ และวิศวกรรมไฟฟ้าสื่อสาร เป็นต้น

ในปี ค.ศ. 1963 Edward Lorenz ได้พัฒนาระบบ Lorenz [1] ขึ้น ซึ่งเป็นสมการไม่เชิงเส้นที่แสดงถึงระบบที่เมื่อค่าเริ่มต้นเปลี่ยนแปลงเพียงเล็กน้อยส่งผลให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในระยะยาวอย่างคาดเดาได้ยาก โดยปรากฏการณ์นี้ถูกเรียกว่า "ความไวต่อค่าเริ่มต้น" (Sensitivity to initial conditions) ซึ่งถือเป็นคุณสมบัติที่สำคัญของระบบเคออส หลังการนั้นได้มีการค้นคว้าและพัฒนาระบบเคออสในหลายรูปแบบ เช่น Henon [2], Rössler [3], Chua [4], Chen [5], Lü [6] และ Sprott [7] ที่มีทั้งรูปแบบสองมิติ และสามมิติ เป็นต้น ระบบเคออสอย่างเช่น ระบบ Lorenz นั้นจะมีลักษณะตัวดึงดูด (Attractor) เพียง 2 เท่านั้น แต่อย่างไรก็ตาม ในยุคปัจจุบันนั้นได้มีการค้นคว้าและออกแบบระบบเคออสที่มีหลายวงม้วน (Multi-scroll Chaotic system) เช่น ระบบดึงดูดแบบหลายวงม้วนและพลวัตที่เสถียรหลายแบบของระบบ Jerk สามมิติ [8] เป็นต้น ซึ่งส่งผลให้พฤติกรรมของระบบพลวัตมีความซับซ้อนและยากต่อการคาดเดามากยิ่งขึ้น

พฤติกรรมของระบบพลวัตที่มีลักษณะเคออสมักไม่สามารถทำนายล่วงหน้าได้อย่างแน่นอน การวิเคราะห์และพิสูจน์ระบบพลวัตที่เป็นเคออสนั้นจำเป็นต้องใช้ทฤษฎีทางคณิตศาสตร์หลายแขนงร่วมกันเพื่อยืนยันลักษณะเฉพาะของระบบ ทฤษฎีเลขชี้กำลัง Lyapunov [9] เพื่อแสดงถึงระบบมีที่ความไวต่อค่าเริ่มต้น (Sensitive dependence on initial conditions) ซึ่งเป็นคุณสมบัติสำคัญของระบบเคออส การนำเลขชี้กำลัง Lyapunov มาใช้ร่วมกับสูตรมิติของ Kaplan-Yorke (D_{KY}) [10] ยังช่วยในการประเมินความซับซ้อนเชิงโครงสร้างได้อย่างชัดเจน อีกหนึ่งวิธีการที่นิยมในการพิสูจน์และวิเคราะห์พฤติกรรมของระบบเคออสคือการใช้ Poincaré Section [11] เป็นเทคนิคที่ช่วยลดมิติของระบบเพื่อให้สามารถมองเห็นรูปแบบของวิถีในลักษณะการตัดขวาง โดยพิจารณาว่าเมื่อระบบเคลื่อนที่ผ่านระนาบใดระนาบหนึ่งจะมีตำแหน่งของจุดตัดเปลี่ยนแปลง เทคนิคนี้ช่วยยืนยันลักษณะความไม่เป็นคาบและลักษณะทางเรขาคณิตของระบบได้อย่างมีประสิทธิภาพ

จากที่กล่าวมาข้างต้น งานวิจัยนี้ได้ออกแบบโครงสร้างระบบเคออสอันดับสามรูปแบบใหม่ พร้อมทั้งออกแบบฟังก์ชันไม่เชิงเส้นเป็นฟังก์ชัน

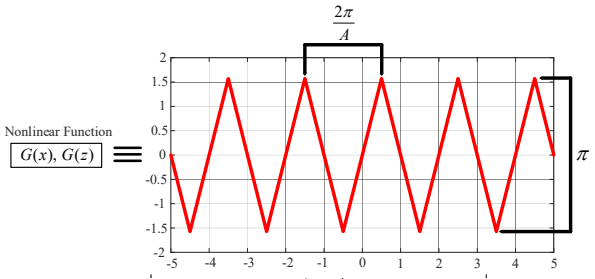
สามเหลี่ยม เพื่อสร้างตัวดึงดูดแบบเจ็ดวงม้วน (7-scroll attractor) ผลการจำลองแสดงให้เห็นว่าระบบที่ออกแบบมีมิติ Kaplan-Yorke (D_{KY}) เท่ากับ 2.404 ซึ่งยืนยันระดับความซับซ้อนอย่างมีนัยสำคัญ นอกจากนี้ยังได้คำนวณเลขชี้กำลัง Lyapunov ซึ่งปรากฏค่าเป็นบวกหนึ่งค่า รวมถึงทำการวิเคราะห์แผนภาพ Bifurcation [12] เพื่อตรวจสอบช่วงพารามิเตอร์ที่นำไปสู่พฤติกรรมเคออสในรูปแบบต่างๆ

ในส่วนสุดท้ายได้ประยุกต์ระบบเคออสเจ็ดวงม้วนในการเข้ารหัสและถอดรหัสข้อมูลข้อความด้วยเทคนิคสเปกตรัมลำดับการแพร่กระจายโดยตรง (Direct Sequence Spread Spectrum: DS/SS) [13] โดยใช้สัญญาณเคออสเป็นรหัสกระจายสเปกตรัม (pseudo noise sequence) ผลทดลองยืนยันว่าสามารถปกปิดเนื้อหาข้อความต้นฉบับและถอดรหัสกลับได้อย่างถูกต้อง ขณะเดียวกันเพิ่มความยากต่อการโจมตีด้วยการดักคัดลอก (eavesdropping) เมื่อเทียบกับรหัสสุ่มเชิงเส้นแบบดั้งเดิม ทำให้ระบบที่พัฒนาขึ้นมีศักยภาพสำหรับเป็นต้นแบบในงานสื่อสารปลอดภัยยุคต่อไป

2.การวิเคราะห์และออกแบบระบบเคออสที่นำเสนอ

2.1 หลักการออกแบบ

งานวิจัยนี้ได้ใช้สมการอนุพันธ์อิสระอันดับสาม ออกแบบร่วมกับฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นสามเหลี่ยมจำนวนสองตำแหน่ง สมการของฟังก์ชันคือ $y=\arcsin(\sin(Ax))$ โดยมีกราฟการแสดงผลของสมการดังรูปที่ 1

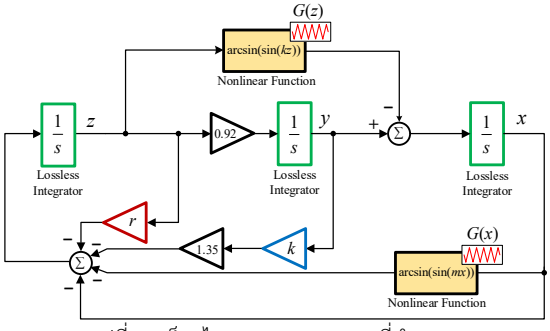


รูปที่ 1 ตัวอย่างฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นสามเหลี่ยม

กำหนดให้ $A=T$ คาบ(period) เพราะฉะนั้น $A=\frac{2\pi}{\omega}$ โดยการปรับพารามิเตอร์จะทำให้ความยาวของคาบเพิ่มขึ้น และอีกทั้งฟังก์ชันที่ใช้นี้ก็ยังมีจุดหมุนตรงกลางของสามเหลี่ยมแตกต่างจากฟังก์ชันสามเหลี่ยมทั่วไปที่จะมีจุดหมุน ณ จุดยอด

2.2 ระบบเคออสอนุพันธ์อันดับสามที่นำเสนอ

ระบบเคออสที่นำเสนอนั้น โดยใช้ฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นสองตำแหน่งแสดงตัวอย่างบล็อกไดอะแกรมได้ ดังรูปที่ 2

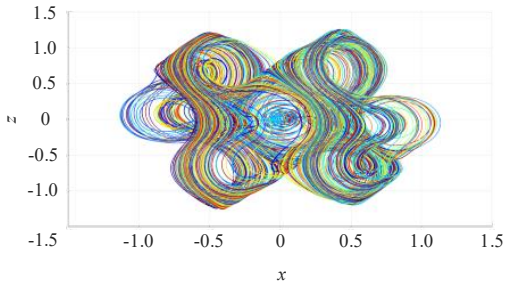


รูปที่ 2 บล็อคไดอะแกรมของระบบที่นำเสนอ

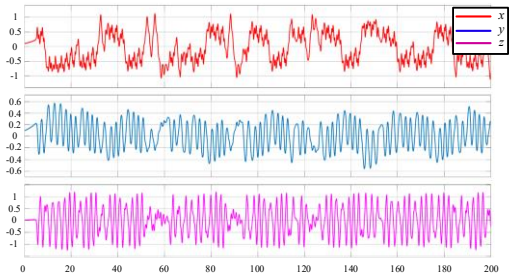
สมการอนุพันธ์อิสระอันดับหนึ่ง สามสมการ เขียนได้ดังสมการที่ (1)

$$\begin{cases}\dot{x}=y-G(z),\\ \dot{y}=0.92z,\\ \dot{z}=-rz-1.35ky-x-G(x).\end{cases} \quad (1)$$

จากพารามิเตอร์ A ของฟังก์ชันสามเหลี่ยมในหัวข้อที่ 2.1 ถูกกำหนดดังนี้ $G(x)=\arcsin(\sin(mx))$ และ $G(z)=\arcsin(\sin(kz))$, ส่วนค่าคงที่ของ m เป็นค่าคงที่ลบ และค่าคงที่ของ k, r เป็นค่าคงที่บวก ระบบสมการ (1) กำหนดตัวแปร $k=4.5$, $m=-7$ และ $r=0.4$ และเงื่อนไขเริ่มต้นของตัวแปรสเตท $(x_0, y_0, z_0)=(0.1, 0.1, 0.01)$ แสดงผลตัวดึงดูดบนระนาบ x-z ดังรูปที่ 3 และแสดงผลเอาต์พุต x, y และ z เทียบกับเวลาดังรูปที่ 4



รูปที่ 3 กราฟระนาบ x-z ของระบบที่นำเสนอ



รูปที่ 4 กราฟที่แสดงค่าของตัวแปร x, y และ z เทียบกับเวลา

2.3 การวิเคราะห์เชิงตัวเลขของระบบ

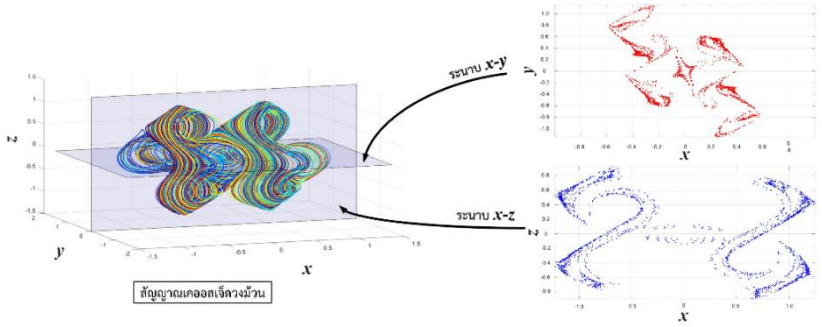
การวิเคราะห์โดยทั่วไปจะใช้ทฤษฎีเลขชี้กำลัง Lyapunov เพื่อบ่งบอกถึงอัตราการแยกตัวของวิถีโคจรบนพื้นที่เฟส (Phase space) และ คำนวณพิสูจน์ความซับซ้อนของระบบด้วยสูตร Kaplan-Yorke (D_{KY})

ในงานวิจัยนี้มีการใช้อัลกอริทึมบนโปรแกรม MATLAB ของ Wolf ในการคำนวณเลขชี้กำลัง Lyapunov [9] โดยมีการกำหนดพารามิเตอร์ k = 4.5, m = -7 และ r = 0.4 และเงื่อนไขเริ่มต้นของตัวแปรสเตท $(x_0, y_0, z_0)=(0.1, 0.1, 0.01)$ ค่าเลขชี้กำลัง Lyapunov ที่ได้ คือ LE_1= 0.275405, LE_2= -0.003787 และ LE_3= -0.671617 จากค่าดังกล่าวได้ยืนยันพฤติกรรมความเป็นเคออสของระบบ

จากนั้นจะนำค่าเลขชี้กำลัง Lyapunov มาคำนวณพิสูจน์ความซับซ้อนของระบบด้วยสูตร Kaplan-Yorke (D_{KY}) ดังนี้

$$D_{KY}=j+\frac{1}{|LE_{j+1}|}\sum_{i=1}^{j}LE_i=2+\frac{LE_1+LE_2}{|LE_3|}$$
$$=2+\frac{0.275405-0.003787}{|-0.671617|}\approx 2.404 \quad (2)$$

โดยที่ j คือค่าจำนวนเต็มสูงสุด เมื่อ $\sum_{i=1}^{j}LE_i\geq 0$ และเมื่อ $LE_{j+1}<0$ ดังนั้นแล้วค่า D_{KY} จะถูกกำหนดอยู่ในช่วง $j\leq D_{KY}<j+1$



รูปที่ 5 ภาพการตัดโดยใช้เทคนิค Poincaré Section กราฟระนาบแกน x-y และกราฟระนาบแกน x-z

ตารางที่ 1 เปรียบเทียบจำนวนวงม้วน, ค่า *LE* และค่า D_{KY} ของระบบ

อ้างอิง	อันดับระบบ	จำนวนวงม้วน	*Lyapunov Exponents: LEs* (*LE*1, *LE*2, *LE*3)	D_{KY}
[14]	3	2	(1.459, 0, −13.959)	2.104
[15]	3	4	(1.0123, -0.004, -7.0083)	2.114
ระบบใหม่	3	7	(0.2754, -0.0038, -0.6716)	2.404

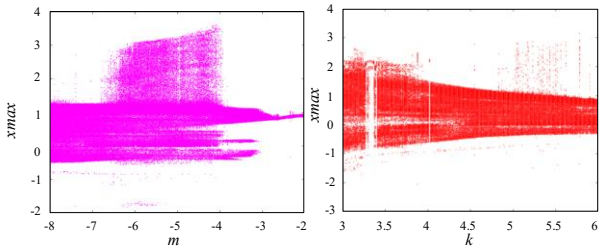
จากการคำนวณเชิงตัวเลขของระบบที่ออกแบบในหัวข้อที่ 2.3 เมื่อนำค่า *LEs* และ D_{KY} ของระบบเคออสที่ออกแบบ มาเปรียบเทียบกับระบบอื่นในอดีตด้วยโครงสร้างระบบอันดับสามเท่ากัน ระบบที่ออกแบบมีความซับซ้อนสูงกว่าด้วยลักษณะสัญญาณที่มี 7 วงม้วน และยืนยันด้วยค่าเชิงตัวเลข D_{KY}=2.404 ดังแสดงในตารางที่ 1 ซึ่งสัญญาณที่มีความซับซ้อนสูงช่วยเพิ่มประสิทธิภาพในการนำไปประยุกต์ใช้ โดยเฉพาะด้านความปลอดภัยในการเข้ารหัสการสื่อสาร ที่เพิ่มความยากในการคัดลอกลักษณะของสัญญาณ

จากรูปที่ 5 คือการยืนยันผลวิถีวงโคจรของสัญญาณเคออส 7 วงม้วน ด้วยเครื่องมือ Poincaré Section [11] โดยจะแสดงให้เห็นรูปแบบของวิถีโคจรที่ผ่านระนาบตัดขวาง โดย Poincaré Section เป็นเครื่องมือที่มีประสิทธิภาพในการแสดงให้เห็นถึงโครงสร้างและพฤติกรรมของระบบเคออสในเชิงเรขาคณิต ระบบที่นำเสนอได้ใช้เทคนิค Poincaré Section แบ่งออกเป็น 2 แบบ คือ ตัดขว้างที่แกน *x-y* และตัดขว้างที่แกน *x-z* ดังรูปที่ 5

จากผลในระนาบ *x–y* พบจุดตัดในลักษณะที่คล้ายกับวงม้วนจำนวน 7 กลุ่ม ซึ่งเกิดจากวิถีวงโคจรที่ผ่านระนาบตัดขวาง ขณะที่ภาพในระนาบ *x–z* แสดงลักษณะของวงม้วน โดยปรากฏจุดตัดกระจายออกเป็น 5 กลุ่มในแต่ละจตุภาค โดยทั้ง 2 ภาพตัดขว้างแสดงให้เห็นถึงวิถีวงโคจรของระบบเคออสที่มี 7 วงม้วน

3. การตรวจสอบพารามิเตอร์ตัวแปรต่างๆ ของระบบเคออส

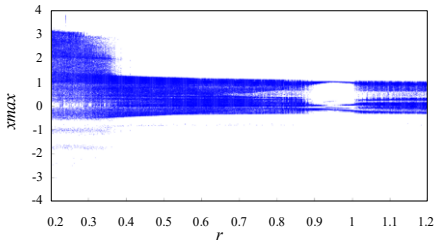
ในหัวข้อนี้แสดงถึงพฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงไปของระบบเคออสที่นำเสนอ โดยการจำลองผลบนโปรแกรม MATLAB บนพื้นฐานทฤษฎี Bifurcation โดยที่กราฟของทฤษฎีจะแสดงถึงการกระจายตัวสูงสุดของค่าเอาต์พุตตัวแปรสเตท x_{max} ต่อช่วงของค่าตัวแปรต่างๆ โดย Bifurcation จะแสดงผลของ 3 พารามิเตอร์ คือ *m*, *k* และ *r* รูปที่ 6 จะแสดงถึงพารามิเตอร์ *m* และ *k* ในฟังก์ชัน *G*(*x*) และ *G*(*z*) ตามลำดับ



รูปที่ 6 กราฟ Bifurcation ของตัวแปรจากฟังก์ชัน *G(x)* และ *G(z)*

จากรูปที่ 6 ซ้ายมือ แสดงตัวแปร *m* (*k*=4.5, *r*=0.4)จากฟังก์ชัน G(x) โดยตั้งแต่ช่วง -8 ถึง -6.9 พฤติกรรมเคออสที่ชัดเจนและอีกทั้งในช่วงนี้ก็มีการปรากฏ 7 วงม้วนที่มีความเสถียรสูงเกิดขึ้น หลังจากนั้นตั้งแต่ช่วง 6.9 ถึง -4 พฤติกรรมเคออสสูงที่สุด มีการกระจายตัวอย่างมีนัยสำคัญแต่มีก็ความเสถียรค่อนข้างต่ำ และในช่วงท้ายตั้งแต่ช่วง -4 ถึง -2 การเปลี่ยนแปลงลักษณะตัวดึงดูดบนพื้นที่เฟส โดยเริ่มจากลักษณะจุดคงที่

และในรูปที่ 6 ขวามือ ได้แสดงตัวแปร *k* จากฟังก์ชัน *G*(*z*) ในกราฟ Bifurcation นี้พบว่ากราฟตั้งแต่ช่วง 3-6 มีลักษณะการกระจายค่อยๆลดลงไปเรื่อยๆและในช่วงตั้งแต่ 5 ถึง 6 ระบบจะเริ่มมีความเสถียรที่น้อยลง และอีกทั้งยังมีข้อสังเกตุคือในช่วงค่าพารามิเตอร์ตั้งแต่ 3.3 ถึง 3.42 พฤติกรรมพลวัตของระบบลดลงอย่างเห็นได้ชัดเจน



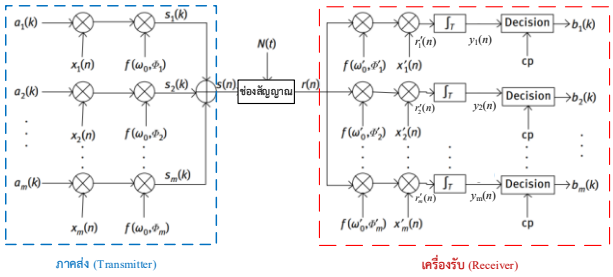
รูปที่ 7 กราฟ Bifurcation ของเอาต์พุต x_{max} กับตัวแปร *r* (*k*=4.5, *m*=-7)

ในรูปที่ 7 แสดงพฤติกรรมพลวัตเมื่อเปลี่ยนแปลงพารามิเตอร์ *r* สังเกตได้ตามช่วงของค่า *r* ที่แตกต่างกัน เริ่มจากช่วง 0.2 ถึง 0.37 ซึ่งเป็นช่วงที่ระบบมีการกระจายตัวสูงที่สุด และความหนาแน่นของการกระจายจะลดลงเมื่อค่าของ *r* เพิ่มขึ้น ถัดมาในช่วง 0.37 ถึง 0.65 ระบบแสดงพฤติกรรมที่เสถียรที่สุด เนื่องจากการกระจายตัวมีความหนาแน่นและต่อเนื่อง จากนั้นในช่วง 0.65 ถึง 1.02 การกระจายตัวของระบบลดลงอย่างเห็นได้ชัด หรือมีพฤติกรรมเคออสที่ลดลง ก่อนจะกลับมารวมกันอีกครั้งที่ประมาณ *r* =1.02

4. การประยุกต์ใช้เข้ารหัสด้านการสื่อสาร

4.1 สเปกตรัมลำดับการแพร่กระจายโดยตรง

ระบบการสื่อสารแบบใช้เทคนิคสเปกตรัมลำดับการแพร่กระจายโดยตรง(Direct Sequence Spread Spectrum: DS/SS) [13] ที่ใช้ลำดับของระบบเคออสแทนที่ลำดับสุ่มเทียมโดยทั่วไป เช่น ลำดับ m-sequence [16] และ ลำดับ Gold sequence [17] แต่อย่างไรก็ตามลำดับเหล่านี้มีลักษณะเป็นคาบ(periodic), มีจำนวนลำดับที่จำกัด และอีกทั้งยังมีความสามารถในการต้านทานการดักฟังที่ไม่ดีนัก ในทางตรงกันข้ามการใช้ลำดับเคออส เป็นลำดับที่ ไม่เป็นคาบ(non-periodic) และมีคุณสมบัติทางสถิติใกล้เคียงกับสัญญาณรบกวนสีขาวแบบเกาส์ (Gaussian White Noise) นอกจากนี้ลำดับเคออสที่สร้างจากระบบเคออสที่ต่างกัน หรือมีเฟสเริ่มต้นต่างกันก็จะได้ลำดับที่แตกต่างกันไปอีกด้วย ในการที่จะสร้างขึ้นนั้นจะมีแนวคิดจากหนังสือของ Kehui Sun [18] ตามที่แสดงไว้ใน รูปที่ 8 โดยในระบบนี้มีจะแบ่งออกเป็น 2 หลักๆ ดังนี้



รูปที่ 8 บล็อคไดอะแกรมของเทคนิค DS/SS

ภาคส่ง คือ กระบวนการนำข้อมูลนำเข้าจากผู้ใช้ ($a_m(k)$) ไปคูณกับรหัสกระจายสเปกตรัม ($x_m(n)$) หรือก็คือสัญญาณของระบบเคออสเพื่อขยายแบนด์วิดท์ของสัญญาณ หลังจากนั้นจะนำสัญญาณที่ถูกเข้ารหัสแล้วมาคูณกับการมอดูเลตด้วยคลื่นพาหะ $f(\omega_0, \phi_m)$ โดยที่ ω_0 แทนความถี่เชิงมุม (ซึ่งสัมพันธ์กับความถี่ f ด้วย $\omega_0 = 2\pi f$) และ ϕ_m แทนมุมเฟสเริ่มต้น ในการคำนวณ $s_m(n)$ แสดงดังสมการที่ (3)

$$s_m(n) = a_m(k) \bullet x_m(n) \bullet f(\omega_0, \phi_m) \tag{3}$$

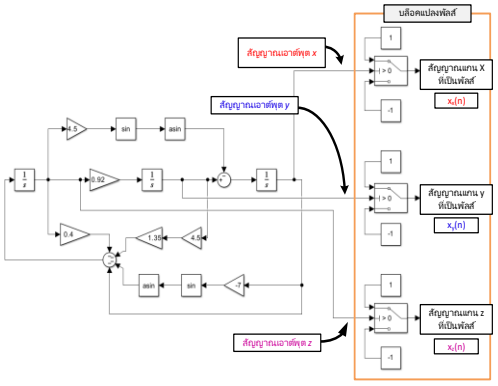
แล้วนำสัญญาณ $s_m(n)$ ทั้งหมดรวมกันแล้วส่งไปช่วงสัญญาณ $s(n)$ โดยในรูปจะมีสัญญาณรบกวนในการส่งข้อมูล $N(t)$ จะเขียนเป็นความสัมพันธ์ได้เป็นดังสมการที่ (4)

$$r(n) = \sum_{m=1}^{M} a_m(n) \bullet x_m(n) \bullet f(\omega_0, \phi_m) + N(t) \tag{4}$$

ภาครับ คือ กระบวนการนำข้อมูลที่ส่งมาจากภาคส่งมาคูณกับการมอดูเลตด้วยคลื่นพาหะ $f(\omega_0', \phi_m')$ เพื่อถอดสัญญาณรหัสของจากผู้ใช้ หลังจากนั้นคูณรหัสกระจายสเปกตรัม $x_m'(n)$ สำหรับการถอดรหัส $r_m'(n)$ ขั้นตอนสุดท้ายคือการตัดสัญญาณรบกวนของสัญญาณและเปรียบเทียบเกณฑ์ที่กำหนดไว้ (Decision) เพื่อตัดสินใจตามเกณฑ์ของข้อมูลแล้วส่งต่อไปยังปลายทาง ($b_m(k)$)

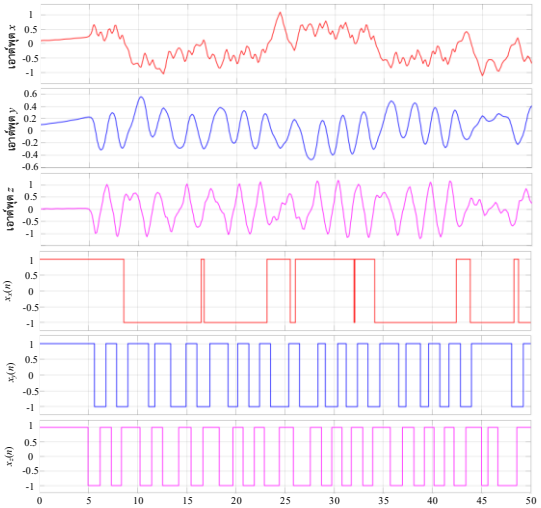
4.2 เข้ารหัสด้วยเทคนิคสเปกตรัมลำดับการแพร่กระจายโดยตรงสำหรับระบบเคออสที่ออกแบบ

หัวข้อนี้คือการประยุกต์ระบบเคออสมาเข้ารหัสข้อความด้วยเทคนิค DS/SS โดยการจำลองผลบนโปรแกรม MATLAB ด้วยเครื่องมือ SIMULINK บล็อคไดอะแกรมของระบบเคออส 7 วงม้วนที่นำเสนอแสดงดังรูปที่ 9 มีการกำหนดตัวแปร คือ k=4.5, m=-7 และ r = 0.4 และเงื่อนไขเริ่มต้นของตัวแปรสเตท $(x_0, y_0, z_0) = (0.1, 0.1, 0.01)$ และสัญญาณอนาล็อคของระบบจะถูกแปลงสัญญาณพัลส์



รูปที่ 9 บล็อกไดอะแกรมระบบเคออสที่ออกแบบ บน SIMULINK

จากรูปที่ 9 สัญญาณเคออสที่เอาต์พุต x, y และ z พร้อมแปลงสัญญาณเป็นพัลส์ สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 10 โดยสัญญาณเคออสรูปแบบพัลส์ ($x_m(n)$) ดังกล่าวจะนำไปใช้ในการเข้ารหัสด้วยวิธี DS/SS

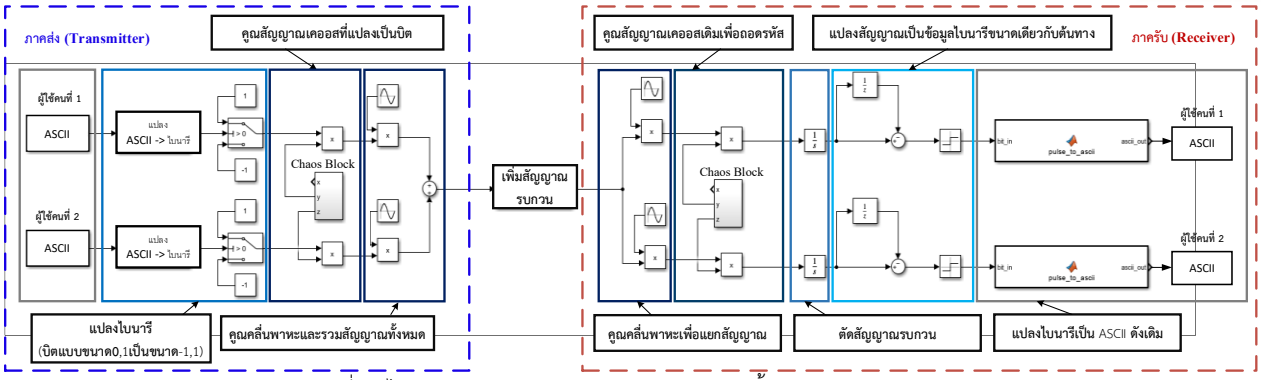


รูปที่ 10 สัญญาณเคออสพร้อมผลลัพธ์การแปลงเป็นพัลส์

ในการเข้ารหัสด้วยเทคนิค DS/SS บน SIMULINK แสดงภาพรวมได้ดังรูปที่ 11 ข้อมูลอินพุต ($a_m(k)$) ที่ใช้ในการเข้ารหัสถูกใช้เป็นข้อมูลข้อความ โดยข้อความที่ใช้จะถูกแปลงเป็นข้อมูล ASCII และแปลงเป็นสัญญาณไบนารีเพื่อนำไปใช้เข้ารหัสกับสัญญาณเคออสรูปแบบพัลส์ที่ถูกออกแบบไว้ดังรูปที่ 10 โดยข้อความที่ใช้ในการเข้ารหัส คือ “hello” และ “world” ซึ่งถูกแบ่งออกเป็นผู้ใช้คนที่ 1 ($a_1(k)$) และ 2 ($a_2(k)$) ตามลำดับ ข้อมูลการแปลงแสดงรายละเอียดดังตารางที่ 2 และแสดงสัญญาณได้ดังรูปที่ 12

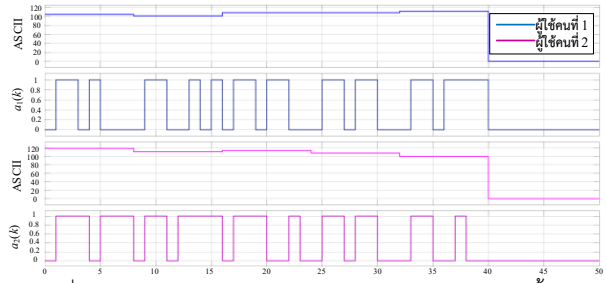
ตารางที่ 2 แสดงข้อมูลข้อความสำหรับแปลง ASCII และ ไบนารี

ข้อความ	ASCII	ไบนารี (Binary)
“hello”	104-101-108-108-111	01101000-01100101-01101100-01101100-01101111
“world”	119-111-114-108-100	01110111-01101111-01110010-01101100-01100100



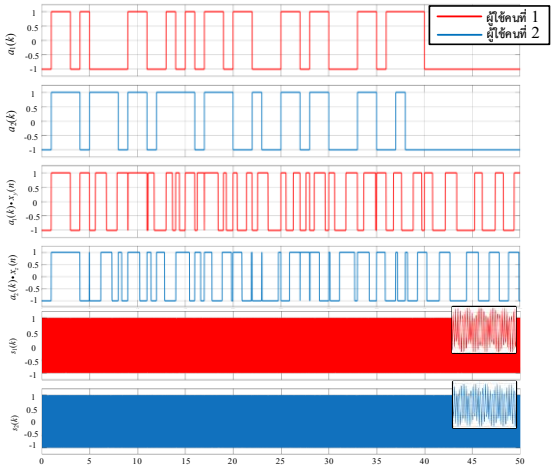
รูปที่ 11 ไดอะแกรมของภาคส่งและภาครับของระบบทั้งหมด บน SIMULINK

โดยในส่วนภาคส่งนั้นได้ทำการแปลงข้อมูลไบนารีที่ขนาด 0 ถึง 1 เป็นขนาด -1 ถึง 1 เพื่อนำไปคูณกับสัญญาณเคออสที่ขนาดเดียวกัน หลังจากนั้นได้ทำการคูณกับคลื่นพาหะโดยได้กำหนด ในผู้ใช้คนที่ 1 คูณกับสัญญาณเคออส $x_1(n)$ และคูณกับคลื่นไซน์ที่เป็นคลื่นพาหะความถี่ 1k Hz และเฟสเริ่มต้น 90 องศา และผู้ใช้คนที่ 2 คูณกับสัญญาณเคออส $x_2(n)$ และคูณกับคลื่นไซน์ที่เป็นคลื่นพาหะความถี่ 1k Hz และเฟสเริ่มต้น 0 องศา จากนั้นได้สร้างบล็อกไดอะแกรมเพื่อแปลงข้อความเป็นไบนารีสำหรับการเข้ารหัส โดยใช้ MATLAB Function ในการแปลงข้อความแบบ string เป็นรหัส ASCII [19] ขนาด 8 บิต จากนั้นแปลง ASCII เป็นไบนารีขนาด 8 บิต ข้อมูลแต่ละตัวอักษรจะถูกส่งออกมาทีละตัว ทุกๆ 8 วินาที โดยพัลส์แต่ละบิตจะมีความยาว 1 วินาที เพื่อให้สอดคล้องกับเวลา 8 บิตต่อหนึ่งอักขระ



รูปที่ 12 แสดงสัญญาณ ASCII และสัญญาณไบนารีของผู้ใช้ทั้งหมด

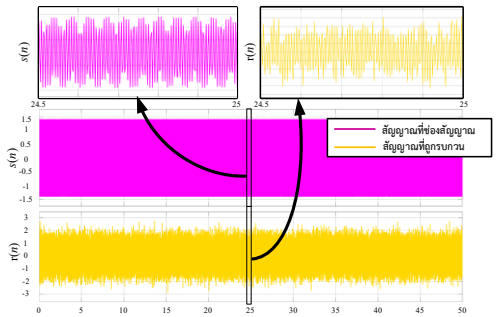
สัญญาณที่ได้ภาคส่งแบ่งออกเป็น 3 ส่วน คือ สัญญาณไบนารี (จากรูปที่ 12) สัญญาณที่ถูกคูณกับสัญญาณเคออส $(a_m(k) \bullet x_z(n))$ และสัญญาณที่คูณกับคลื่นพาหะ $(s_1(k))$ แสดงดังรูปที่ 13



รูปที่ 13 แสดงสัญญาณในแต่ละขั้นตอนของภาคส่ง

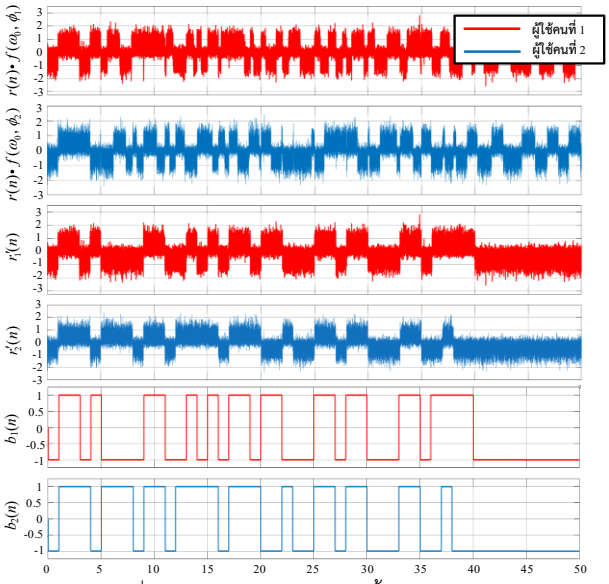
ในรูปที่ 13 สัญญาณไบนารีต้นฉบับเมื่อนำมาคูณกับสัญญาณเคออสแล้วมีความคาดเดาได้ยากมากขึ้น และสุดท้ายเมื่อนำไปคูณคลื่นพาหะกราฟจะมีความถี่ที่สูงมากและมีลักษณะคล้ายคลื่นไซน์โดยมีข้อแตกต่างระหว่างทั้ง 2 ผู้ใช้งานคือคาบของสัญญาณทั้ง 2 แตกต่างกัน 90 องศาตามค่าเฟสเริ่มต้นของคลื่นพาหะ

หลังจากนั้นได้ทำการรวมสัญญาณของผู้ใช้ทั้ง 2 แล้วส่งไปยังภาครับเพื่อนำไปถอดรหัสต่อไป แต่ระหว่างนำส่งได้ทำการทดสอบประสิทธภาพการต้านทานสัญญาณรบกวนโดยการเพิ่มสัญญาณรบกวนขนาด 5 dB ลงไปในสัญญาณ โดยจะสังเกตเห็นได้ในรูปที่ 14 สัญญาณที่ยังไม่มีสัญญาณรบกวนจะมีความเรียบนิ่ง และเมื่อใส่สัญญาณรบกวนตัวสัญญาณมีขนาดบางช่วงเพิ่มขึ้นสูงสุดเกือบ 2 เท่าของขนาดสัญญาณเดิม



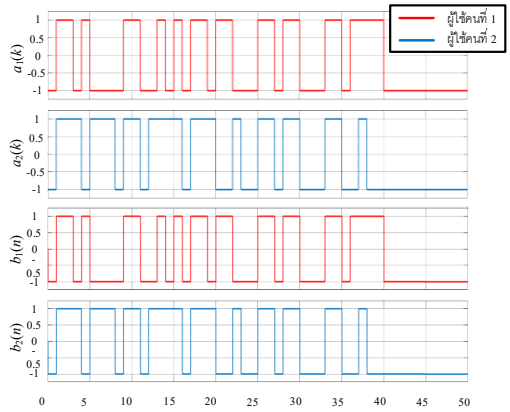
รูปที่ 14 สัญญาณที่ช่องสัญญาณเมื่อเทียบกับสัญญาณที่ถูกรบกวน

ในรูปที่ 15 จะแบ่งสัญญาณออกเป็น 3 ช่วงคือ สัญญาณที่ถูกคูณกับคลื่นพาหะเพื่อแยกสัญญาณ $(r(n) \bullet f(\omega_0, \phi_m))$ สัญญาณที่ถูกคูณสัญญาณเคออสเพื่อถอดรหัส $(r'_m(n))$ และสัญญาณที่ถูกลบสัญญาณรบกวนจัดสัญญาณในเป็นสัญญาณไบนารี $(b_m(n))$



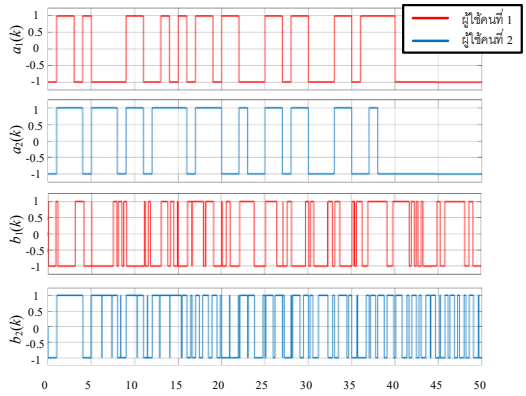
รูปที่ 15 แสดงสัญญาณในแต่ละขั้นตอนของภาครับ

จากรูปที่ 13 และ 15 กรณีที่ทำการตั้งค่าสัญญาณคลื่นพาหะ ค่าเงื่อนไขเริ่มต้น และสัญญาณเคออสที่ตรงกัน การเข้ารหัสหรือชิงโครไนซ์ที่ถูกต้องจากสัญญาณต้นฉบับ ($a_1(k)$, $a_2(k)$) จนถึงสัญญาณที่ถอดได้ ($b_1(k)$, $b_2(k)$) สำหรับผู้ใช้คนที่ 1 และ 2 สามารถแสดงผลได้ดังรูปที่ 16



รูปที่ 16 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณกรณีสัญญาณที่ชิงโครไนซ์ถูกต้อง

สุดท้ายนี้ได้ทำการจำลองการถอดรหัสกรณีชิงโครไนซ์ผิดพลาดเมื่อภาคส่งตั้งค่าคลื่นพาหะหรือใช้สัญญาณเคออสที่ไม่ตรงกับสัญญาณภาครับ ดังรูปที่ 17 โดยในรูปจะแบ่งออกเป็น ผู้ใช้คนที่ 1 ตั้งค่าคลื่นพาหะภาคส่งต่างจากภาครับ $f(\omega_0, \phi_1) \neq f(\omega_0', \phi_1')$ ความถี่ 1 Hz โดยใช้สัญญาณเคออสตรงกัน $x_y(n) \equiv x_y'(n)$ และผู้ใช้คนที่ 2 ได้ตั้งค่าเงื่อนไขเริ่มต้นแตกต่างกัน โดยเข้ารหัสด้วยสัญญาณเคออส $x_z(n)$ เงื่อนไขเริ่มต้นของภาคส่งตัวแปรสเตท $z = 0.01$ ภาครับตัวแปรสเตท $z = 0.02$ และตั้งค่าคลื่นพาหะ $f(\omega_0, \phi_2) \equiv f(\omega_0', \phi_2')$



รูปที่ 17 แสดงการเปรียบเทียบสัญญาณกรณีชิงโครไนซ์ผิดพลาด

จากผลที่แสดงพบว่าหากภาครับหรือผู้ดักจับสัญญาณไม่สามารถตั้งค่าของคลื่นพาหะและสัญญาณเคออสที่ถูกเข้ารหัสภาคส่งอย่างแม่นยำ จึงมีความเป็นไปได้ยากที่จะแปลงสัญญาณกลับเป็นดั่งเดิม โดยเฉพาะระบบเคออส 7 วงม้วนที่นำเสนอนี้มีความซับซ้อนที่สูงจึงยากที่จะถอดรหัสได้

5.บทสรุป

งานวิจัยนี้นำเสนอระบบเคออสสามมิติแบบใหม่โดยใช้ฟังก์ชันไม่เป็นเชิงเส้นสามเหลี่ยมสองตำแหน่ง ระบบสามารถสร้างพฤติกรรมซับซ้อนสูงพร้อมตัวดึงดูดเจ็ดวงม้วน ภายใต้พารามิเตอร์ $k = 4.5$, $m = -7$, $r = 0.4$ และเงื่อนไขเริ่มต้น (x_0,y_0,z_0)=(0.1,0.1,0.01)การวิเคราะห์เชิงทฤษฎีด้วยเลขชี้กำลัง Lyapunov และค่า D_{KY} แสดงถึงความซับซ้อนสูงของระบบ แผนภาพ Poincaré Section แสดงการกระจายจุดตัดเป็นจำนวน 3 วงม้วนในระนาบ x–y และ 4 วงม้วนในระนาบ x–z แผนภาพ Bifurcation แสดงการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมระบบตามพารามิเตอร์ โดย m ระหว่าง -6.9 ถึง -4 ระบบเคออสสูงแต่เสถียรต่ำ k ระหว่าง 3 ถึง 6 การกระจายลดลง และพารามิเตอร์ r การกระจายลดลงและรวมตัวอีกครั้งที่ $r \approx 1.02$ ระบบเคออสนี้ถูกนำไปประยุกต์ใช้ในการสื่อสารปลอดภัยด้วยข้อความผ่านเทคนิค DS/SS บน MATLAB โดยเข้ารหัสข้อความ “hello” และ “world” สำหรับผู้ใช้สองคน ผลลัพธ์สอดคล้องกับทฤษฎีและแสดงให้เห็นความปลอดภัยสูงจากสัญญาณเคออสตัวดึงดูดเจ็ดวงม้วนที่ออกแบบ นอกจากนี้ ระบบเคออสและวิธีการเข้ารหัสที่ออกแบบสามารถประยุกต์ใช้ได้บนฮาร์ดแวร์ เช่น ไมโครคอนโทรลเลอร์ [20] โดยสามารถสร้างสัญญาณเคออสและใช้ในการเข้ารหัสข้อมูลแบบเรียลไทม์ ซึ่งจะนำระบบที่ออกแบบไปขยายผลพร้อมประยุกต์ใช้ในเชิงปฏิบัติในอนาคต

เอกสารอ้างอิง

[1] E N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow,” *J. Atmos. Sci.*, vol.20, no.2, pp. 130-141, 1963.
[2] M. Hénon, “A two-dimensional mapping with a strange attractor,” Commun. Math. Phys., vol. 50, no. 1, pp. 69-77, 1976.
[3] O. E. Rössler, “An analogous system different from the Lorenz system,” Phys. Lett. A, vol. 57, no. 5, pp. 397-398, 1976.
[4] L. O. Chua, “Memristor—the missing circuit element,” IEEE Trans. Circuit Theory, vol. 18, no. 5, pp. 507-519, 1971.
[5] G. Chen and T. Ueta, “Yet another chaotic attractor,” Int. J. Bifurc. Chaos, vol. 9, no. 7, pp. 1465-1466, 1999.
[6] J. Lü and G. Chen, “A new chaotic attractor coined,” Int. J. Bifurc. Chaos, vol. 12, no. 3, pp. 659-661, 2002.
[7] J. C. Sprott, “Some simple chaotic flows,” Phys. Rev. E, vol. 50, no. 2, pp. R647-R650, 1994.
[8] F. Li and J. Zeng, “Multi-scroll attractor and multi-stable dynamics of a three-dimensional jerk system,” Energies, vol. 16, no. 5, p. 2494, 2023.
[9] J. Argyris, G. Faust and M. Haase “An Exploration of Chaos,” Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015.
[10] A. Wolf, J.B. Swift, H.L. Swinney and J.A. Vastano, “Determining Lyapunov exponents from a time series,” *Phys. D.*, vol.16, pp.285–317, 1985.
[11] S. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Boulder, CO: Westview Press, 2018.
[12] R.O. Medrano-T, M.S. Baptista and I.L. Caldas, “Basic structures of the Shilnikov homoclinic bifurcation scenario,” *CHAOS*, vol.15, ID:033112, 2005
[13] B. Sklar, Digital Communications: Fundamentals and Applications. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2001.
[14] A. T. Azar and S. Vaidyanathan, “A novel three dimension autonomous chaotic system with a quadratic exponential nonlinear term,” Engineering, Technology and Applied Science Research, vol. 2, no. 2, pp. 208–213, Apr. 2012.
[15] S. Zhang, J. Peng, S. Jin, and S. Gu, “Analysis of a New 3-D Chaotic System with a Self-Excited Attractor,” presented at the 2020 IEEE 19th International Conference on Cognitive Informatics & Cognitive Computing (ICCI*CC), 2020, pp. 45–51.
[16] S. W. Golomb and G. Gong, “Signal design for good correlation: For wireless communication, cryptography, and radar,” Cambridge University Press, 2005.
[17] R. Gold, “Optimal binary sequences for spread spectrum multiplexing,” IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 13, no. 4, pp. 619–621, Oct. 1967.
[18] K. Sun, “Chaotic secure communication: Principles and technologies,” Walter de Gruyter GmbH, 2016.
[19] A. S. Tanenbaum and D. Wetherall, “Computer networks,” 5th ed. Pearson Education, 2011.
[20] A. M. Alnajjar and M. I. Younis, “Chaos-Based Digital Communication Prototype Using Microcontrollers,” Appl. Sci., vol. 13, no. 2, p. 936, Jan. 2023.